

TP rec1

1 Tours de Hanoï

1. Écrire l'algorithme pour afficher la succession de $2^n - 1$ déplacements pour les tours de Hanoï;
2. Ajoutez un compteur pour calculer : (a) le nombre de disques déplacées, (b) le nombres d'appels récursifs, et (c) le nombre de comparaisons (« $n = 1$ » dans le `if`);
3. Écrire une version itérative de l'algorithme. La règle est : déplacer ciculairement le disque le plus petit (de A vers B , de B vers C , de C vers A) puis un autre disque. Dans ce cas on a besoin de 3 piles pour stocker le disques.

2 Suite de Fibonacci

sous Pascal ou C

1. Écrire une fonction récursive qui calcule les nombre de Fibonacci Afficher le nombre d'appels récursifs;
2. Écrire une version itérative (non récursive) de l'algorithme;
3. Refaire les calculs avec :

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$$

et

$$g_n \approx \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n$$

sous Maple

4. lister les 10 nombres de Fibonacci

```
> phi:=(1+sqrt(5))/2;
```

$$\phi := \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

```
> chi:=(1-sqrt(5))/2;
```

$$\chi := \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

```
> f:=n->1/sqrt(5)*(phi^n-chi^n);
```

$$f := n \rightarrow \frac{\phi^n - \chi^n}{\sqrt{5}}$$

```
> for n from 0 to 10 do expand(f(n))
> end do;
```

0

1

1

2

3

5

8

13

21

34

55

5. La fonction Maple `rsolve` permet de résoudre des récurrences linéaires homogènes. Exemple pour les nombres de Fibonacci:

```
> rsolve({f(n)=f(n-1)+f(n-2), f(0)=0, f(1)=1}, {f(n)});
```

$$\left\{ f(n) = \frac{\left(-\frac{1}{5}\sqrt{5} + 1\right) \left(2\frac{1}{-1 + \sqrt{5}}\right)^n}{-1 + \sqrt{5}} + \frac{\left(-\frac{1}{5}\sqrt{5} - 1\right) \left(-2\frac{1}{1 + \sqrt{5}}\right)^n}{1 + \sqrt{5}} \right\}$$