

CC Info43
Durée 1h, tous documents autorisés
Le barème est donné à titre indicatif

1 (2 pt)

A. Trouvez la forme close et la fonction génératrice pour les suites :

$$\bullet a_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{si } n = 1 \\ -a_{n-2} & \text{si } n \geq 2. \end{cases}$$

$$\bullet b_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ 1 & \text{si } n = 1 \\ 0 & \text{si } n = 2 \\ 2 \cdot b_{n-1} - b_{n-1} + 2 \cdot b_{n-3} & \text{si } n \geq 3. \end{cases}$$

B. Quelle relation existe entre la suite $(a_n)_{n \geq 0}$ et $(b_n)_{n \geq 0}$.

2 (2 pt) Donnez la fonction génératrice pour les suites :

$$\bullet c_n = (-3)^n,$$

$$\bullet d_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ (-3)^n - (-3)^{n-1} & \text{si } n \geq 1. \end{cases}$$

3 (2 pt) Trouvez la forme close et la fonction génératrice pour la suite :

$$e_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ 2 \cdot e_{n-1} + 4^{n-1} & \text{si } n \geq 1. \end{cases}$$

4 (2 pt) Combien de mots sur l'alphabet $\{a, b, c, d\}$ contiennent un nombre impair de a ?

5 (2 pt) Parmi les permutations de $\{a, b, c, d, e\}$ combien y en a-t-il qui ne contiennent ni ab ni cde ?
Exemple : $ecabd$ contient ab , et $bcdea$ contient cde .