TP 4

1 Nombre de Stirling

Le nombre des partitions de l'ensemble $\{1, 2, \dots, n\}$ en k parties non vide est appelé le nombre de Stirling et est noté $S(n, k)$. Il satisfait :

- $S(n, 1) = S(n, n) = 1$, et

pour $1 < k < n$ on a

- $S(n, k) = S(n-1, k-1) + k \cdot S(n-1, k)$.

Ecrire un algorithme qui, pour n et k donnés, $1 \leq k \leq n$, affiche $S(n, k)$.

2 Exponentiation rapide

Il sagit de calculer $expo(x, n) = x^n$ pour un entier n positif. Une méthode est la suivante :

$$expo(x, n) = \begin{cases} 1 & si\ n = 0, \\ (expo(x, n/2))^2 & si\ n\ est\ pair, \\ x \times \left(expo(x, \frac{n-1}{2})\right)^2 & autrement. \end{cases}$$

Avec cettte méthode a^{25} est calculé comme $a \times \left(\left((a \times a^2)^2\right)^2\right)^2$

Écrire l'algorithme qui effectue ce calcul. Est-t-il plus efficace que l'algorithme *naïf* ?

3 Exponentiation et nombre de Fibonacci

Le n-ième et $(n-1)$-ième terme de la suite de Fibonacci sont données par :

$$(f_n, f_{n-1}) = (f_1, f_0) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{n-1}$$

Ecrire un programme qui, en utilisant l'exponentiation, pour un n donné affiche f_n.