

Exercice 1 : Joli dessin. On souhaite afficher pour tout $n \geq 4$ le dessin suivant :

```

*      *      * ...
      *      *      ...
*      *      * ...
      *      *      ...
*      *      * ...
:      :      :

```

Ecrire un programme permettant de faire ce dessin pour n choisi par l'utilisateur.

Exercice 2 : Combinaisons C_n^p . Ecrire un programme permettant de calculer $n!$. En déduire un programme permettant de calculer $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$. Vérifier alors la formule (sans utiliser la fonction *Math.pow*) $\sum_{p=0}^n C_n^p = 2^n$.

Refaire le programme du calcul de C_n^p pour que celui fonctionne pour des valeurs de n plus grandes (en utilisant deux boucles).

Exercice 3 : Base 2. Ecrire un programme qui réalise la décomposition binaire d'un entier positif. Exemple : la décomposition binaire de 26 est 11010. On pourra utiliser une chaîne de caractères pour stocker la décomposition binaire.

Exercice 4 : Jeu. Le but est d'écrire un programme qui permet à un utilisateur de rechercher un nombre aléatoire entre 1 et 100 généré par la machine.

a) Écrire un programme qui génère un nombre aléatoire entre 1 et 100.

b) Modifier le programme pour que l'ordinateur demande un nombre entre 1 et 100 à l'utilisateur, et qu'il affiche si ce nombre est plus grand ou plus petit que le nombre généré aléatoirement par la machine (jusqu'à ce qu'il trouve!). Le nombre total d'essais nécessaires pour trouver le nombre sera affiché à la fin. Modifier le programme pour que l'utilisateur n'ait plus que 7 chances au maximum. Trouver une stratégie pour que l'utilisateur trouve le nombre en au plus 7 coups.

Exercice 5 : Approximation de π . Nous présentons dans cet exercice deux formules permettant d'obtenir une approximation de π .

a) la formule de Wallis (1665) $\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{7} \times \frac{8}{9} \times \dots$. Ecrire un programme permettant de trouver une approximation de π en utilisant les 1000 premiers facteurs de cette suite.

b) La formule de Viète (1593) $\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \dots$. Ecrire un programme permettant de trouver une approximation de π en utilisant les 20 premiers termes de ce produit. On n'utilisera qu'une seule boucle.

c) En Tp, comparer les résultats obtenus avec *Math.PI*.

Exercice 6 : les nombres parfaits, amis et d'Armstrong.

a) Un entier naturel est un nombre parfait s'il est égal à la somme de ses diviseurs propres. Par exemple, les diviseurs de 6 sont 1, 2, 3, 6; ses diviseurs propres sont 1, 2, 3; la somme de ses diviseurs propres est $1 + 2 + 3 = 6$; 6 est donc un nombre parfait. Ecrire un programme qui affiche tous les nombres parfaits inférieurs à 10000.

b) Deux entiers naturels sont des nombres amis si chacun d'entre eux est égal à la somme des diviseurs propres de l'autre. Ecrire un programme qui affiche la liste des couples de nombres amis inférieurs à 10000.

c) On appelle nombre d'Armstrong, un entier naturel autre que 0 ou 1 qui a la propriété d'être égal à la somme des cubes de ses chiffres. Ecrire un programme permettant d'afficher tous les nombres d'Armstrong compris entre 2 et 1000.

Exercice 7 : Evolution d'une urne. Soit une urne contenant deux boules, une noire et une rouge. On veut simuler le schéma suivant : on tire une boule, si celle-ci est rouge on remet cette boule dans l'urne et on ajoute une autre boule rouge; si on tire une boule noire on la remet dans l'urne et on ajoute deux autres boules noires. Le but de l'exercice est d'écrire un programme qui affiche à chaque étape le nombre de boules de chaque couleur.

Indications : Si r (respectivement n) est le nombre de boules rouges (resp. noires), on a r chances sur $r + n$ de tirer une boule rouge, et n chances sur $r + n$ de tirer une boule noire. On va simuler le tirage d'une boule par un tirage aléatoire d'un entier compris entre 1 et $r + n$ (cf exercice 4). Si cet entier est compris entre 1 et r alors la boule tirée est rouge sinon elle est noire.